

Гаджиагаев М. А.

член совета директоров АКБ «Торговый Городской Банк»

e-mail: gadjiagaev@mail.ru

Закревская Е. А.

кандидат экономических наук,

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова,

кафедра «Математические методы в экономике», доцент

e-mail: kattia23@rambler.ru

Теоретические аспекты экономико-математического моделирования портфелей активов и пассивов коммерческого банка

Рассматривается современное состояние теории экономико-математического моделирования банковской деятельности в рамках неоклассического подхода к интерпретации банковской фирмы. Особое внимание уделено моделям управления согласованностью портфелей активов и пассивов коммерческого банка, принятия решений по формированию и выбору параметров кредитного портфеля. Проведен анализ частных и полных моделей банковской деятельности и предложены направления их совершенствования в части: необходимости выбора ликвидной структуры активов-пассивов с учётом критериев доходности и риска портфеля; учёте внешних факторов, определяющих спрос — предложение денег на финансовых рынках, стратегию и кредитную политику банка и влияющих на непостоянство депозитных ставок, ставок по розничным, корпоративным и межбанковским кредитам.

Ключевые слова: *коммерческий банк, модели портфелей активов и пассивов, экономико-математическое моделирование банковской деятельности, частные и полные модели банка, ценообразование на депозиты.*

Gadzhiagayev M. A.

JSB Trade City Bank

e-mail: gadjiagaev@mail.ru

Zakrevskaya E. A.

PhD (Economics),

Plekhanov Russian University of Economics,

associate Professor of «Mathematical methods in Economics»

Theoretical aspects of Economic-mathematical modeling of the portfolio of assets and liabilities of the commercial bank

The current state of Economic-mathematical modeling theory of banking within neoclassical approach to interpretation of bank firm is considered. The special attention is paid to the models of management of coherence of the portfolio of assets and liabilities of the commercial bank, decisions of formation and the choice of the parameters of loan portfolio. The analysis

of private and full models of bank activity is carried out and the directions of their improvement are offered in these parts: necessity of a choice of liquidity structure of assets and liabilities according to the criteria of profitability and risk of a portfolio; the accounting of the external factors that define demand — the supply of money in the financial markets, strategy and the credit policy of the bank and affecting the volatility of deposit rates, rates on the retail, corporate and interbank credit.

Keywords: *commercial bank, assets and liabilities portfolio model, economic-mathematical modeling of banking, private models of banks, pricing on deposits.*

Математическая теория банков и банковской деятельности к настоящему времени приобрела вполне законченный вид, в инструментарий моделей и методов управления банковским портфелем весьма разнообразен. В работе Дж. Синки [6] приведён подробный анализ развития математической теории банковской деятельности во второй половине 20-го века. Перечень цитируемых в этой работе литературных источников включает значительное (более 60-ти) работ, в которых используются экономико-математические модели различных типов: оптимизационные, стохастические, балансовые, модели запасов, марковских процессов, теории игр и т.п.

В основе большинства используемых подходов к моделированию банковской деятельности лежит неоклассическая концепция коммерческого банка как агента рынка денег, оказывающего услуги посреднического типа по трансформации «свободных» денег держателей депозитов в ссудный капитал, предоставляемый заёмщикам на принципах срочности, возвратности и платности [1, 2, 10, 11, 12]. Интерпретация банка как «банковской фирмы» позволяет успешно применять основополагающие выводы неоклассической теории фирмы, включающие соотношения, связывающие эффективность деятельности на финансовом рынке с предельной отдачей собственного и заёмного капитала, соотношения ценообразования на депозиты и кредиты на уровне предельных затрат обслуживания соответствующих портфелей и др. результаты, в большей степени относящиеся к моделированию динамики «выпуск — затраты» на основе двойственных оценок ресурсов, привлекаемых в пассивы банка.

Моделирование деятельности коммерческого банка на основе «производственного» подхода, как показывает анализ соответствующих источников, цитируемых в работе Дж. Синки, особенно успешно в описаниях процедур принятия кредитного решения и выбора ставки по кредиту, согласования объёмов активно-пассивных операций на основе балансовых моделей и прогнозирования финансовых потоков коммерческого банка. Перечисленные оптимизационные и прогнозные

модели с полным основанием относятся к так называемым «частным» моделям, ориентированным на решение конкретной задачи планирования и управления портфелями активов и пассивов.

Решение комплексной задачи оптимизации этих портфелей с учётом фактора ликвидности и приоритетов кредитной политики банка в сфере ценообразования и отношения к риску, как справедливо отмечал Н. Мэрфи [12], требует использования «полных» моделей, при построении которых ориентация на неоклассическую концепцию банковской фирмы не позволяет адекватно отразить в критерии и системе ограничений эти факторы, что и предполагает использование отличных от «производственной» концепций банковской деятельности.

Таким образом, необходимо констатировать наличие двух основных групп моделей банковской деятельности – частных и полных, формальное описание, теоретическое и практическое значение которых приведено в ряде работ К. Сили [13–16]. В группе частных, в свою очередь, можно условно выделить две подгруппы моделей, основанных на отличных предположениях о поведении финансового посредника на рынке денег и потенциале его влияния на спрос – предложение денег.

Первая подгруппа моделей опирается на гипотезу, что рынок депозитов мало управляем, а поток «свободных» денег полностью зависит от обеспеченности домохозяйств и других факторов, влияющих на предложение денег, большинство из которых находятся вне сферы банковского управления (экзогенные факторы внешней среды). Эти модели в большей степени относятся к оптимальному управлению портфелем банковских активов.

Распространённый вариант частной модели этой подгруппы описывает процесс выбора оптимальной по критерию доходности структуры банковских активов с учётом:

- наличных объёмов CK собственного капитала и привлечённых по депозитной ставке k_i средств PC_i в пассивы i -го вида;
- планируемых с нормой n_j отчислений в резервы для активов A_j -го вида.

$$\max \sum_{i=1}^I \left(\sum_{j=1}^J d_j \cdot x_{ij} - k_i \cdot PC_i \right), \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J (1 + n_j) \cdot A_j \leq CK + \sum_{i=1}^I PC_i, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} = A_j, \quad j = \overline{1, J}, \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}, \quad (4)$$

где: x_{ij} — величина средств i -го пассива, направляемых в j -й актив; d_j — доходность j -го актива.

Модель (1) — (4) не отражает факторы инфляции и риска, т.е. не является адекватной банковским бизнес-процессам в условиях нестабильной экономики. В модификациях приведённой и аналогичных моделей, учитывающих темп инфляции, риски процентной ставки, кредитный и пр., как правило используется вероятностный подход.

Вторая подгруппа моделей опирается на гипотезу о слабой зависимости рынка кредитов от политики и текущей деятельности банка. Предполагается, что ставки по кредитам обусловлены инвестиционным климатом и состоянием инвестиционной активности в секторах экономики. В этой связи внимание при построении моделей этой группы обращается на рынок депозитов и ценообразование на нем.

В связи с тем, что депозитный процент входит в состав банковских затрат, то исследования в этом направлении опираются на классическую теорию издержек «банковской фирмы» [2, 5, 7, 8, 10].

В условиях равновесной экономики предложение депозитов можно считать случайной величиной и по этой причине используемые частные модели выбора оптимальной структуры депозитов являются вероятностными. Банк выступает в роли покупателя денежных средств, при этом ставки k_i по депозитам и предложение D_i депозитов считаются связанными некоторой зависимостью:

$$D_i = \varphi(k_i, \zeta), \quad (5)$$

где ζ — случайная величина.

Если отображение FFFF взаимно-однозначно, то

$$k_i = \varphi_{\zeta}^{-1}(D_i), \quad (5')$$

где φ_{ζ}^{-1} — обратная функция для фиксированного значения ζ .

В условиях нестабильных финансовых рынков и спада инвестиционной активности, характеризующих современное состояние российской экономики, банки с целью привлечения средств в депозиты проводят агрессивную политику на этом рынке, что, является основной причиной высокой дифференциации процентной ставки. Эффекты такой дифференциации, связанные, с одной стороны, со снижени-

ем предложения депозитов с ростом процентной ставки, а, с другой, умеренным ростом доходов банка с ростом объёма привлекаемых в кредиты депозитов, представлены на рис. 1 и 2.

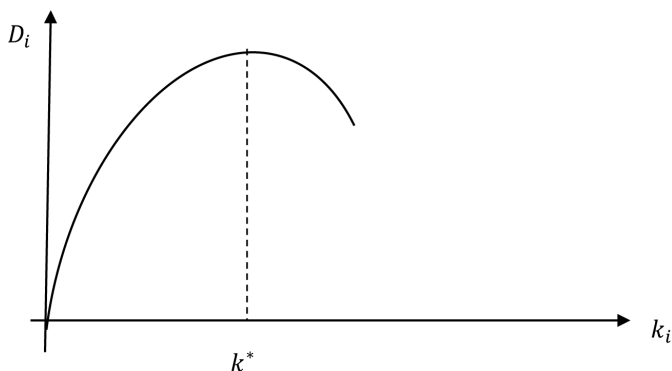


Рис. 1. Зависимость предложения депозитов D_i от ставки k_i процента

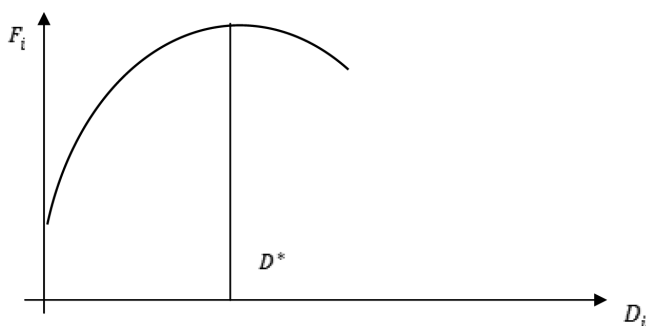


Рис. 2. Зависимость дохода F_i от величины используемых в кредитовании депозитов D_i

Представим комментарии к эффектам снижения предложения депозитов с ростом процентной ставки и падения доходности депозитов с ростом их объёма в условиях турбулентных рынков капитала.

С ростом процентной ставки по депозитам адекватный рост последних возможен только до определённой точки k^* «насыщения», за которой наблюдается утрата доверия вкладчиков к банку. Для функции дохода в соответствии с неоклассической теорией фирмы результат растёт с ростом затрат по нелинейному закону и за точкой D^* оптимального размера депозитов снижается с дальнейшим их ростом по

причине неадекватного доходам роста операционных издержек и резервов в неработающих активах [1, 4, 8]. Таким образом, поиск оптимального размера депозитов является целью решения соответствующей частной модели банка.

Приведём нелинейную модель определения оптимальной депозитной ставки для известной зависимости (5) предложения депозитов и допустимого норматива λ отношения привлечённых депозитов к собственному капиталу банка:

$$\max(F(D, k) - k \cdot D(k, \xi)), \quad (6)$$

$$D(k, \xi) \leq \lambda \cdot CK, \quad (7)$$

$$k \geq 0, \quad (8)$$

где $F(D, k)$ — производственная функция банковской фирмы, задающая зависимость дохода от привлечённого в пассивы ресурса D и его цены k .

Особенностью модели (6) — (8) является возможность её адаптации к изменяющимся условиям деятельности банков: учёт в портфеле активов государственных компенсаций по льготным кредитам, регулирование процентных ставок, резервов и др. изменений в целевой функции и ограничениях.

Ещё одна группа частных моделей оптимизации портфеля активов коммерческого банка для условий стабильной экономики и конкурентных финансовых рынков построена на принципах модели портфеля Г. Марковица [9, 10]. Однако возможности использования частных моделей портфелей активов и пассивов при построении адекватной поведению банка математической модели весьма ограничены: они не учитывают многих аспектов организации банковских бизнес-процессов, отмеченных выше, а, главное, фактор ликвидности временной структуры капитала. Модели, которые учитывают эти факторы, следует отнести к полным.

Рассмотрим концепцию построения полных моделей коммерческого банка на примере модели К. Сили [13].

Предположим, что на временном отрезке D объём D_t предложений депозитов задаётся зависимостью:

$$D_t = D(k_{\pi}^{(t)}, \Psi_{\pi}^{(t)}), \quad (9)$$

где: $k_{\pi}^{(t)}$ — ставка по депозитам, $\Psi_{\pi}^{(t)}$ — значение для периода t случайной величины, характеризующей колебания потока депозитов по отношению к общей ликвидности в экономике.

Если A_t — объём выданных в интервале t ссуд, а λ_t — недостаток (избыток) ликвидности, то баланс портфеля банка определяется соотношением:

$$A_t = D_t + \lambda o_t, \quad (10)$$

$$\text{где } \lambda o_t = \begin{cases} |\lambda_t|, & \text{если } A_t \geq D_t, \\ -|\lambda_t|, & \text{если } A_t < D_t. \end{cases} \quad (11)$$

Балансовое уравнение (10) в силу его объективной природы можно использовать двояко: либо на основе требуемой ликвидности и известного предложения депозитов определить объём A_t ссуд, либо, напротив, сформировав портфель заявок, определить разрыв ликвидности λ_t . В «классической» модели К. Сили выбран первый вариант: объём A_t кредитов определяется на основе (10), исходя из предложения депозитов и планируемой пороговой величины ликвидности (что позволяет избежать необходимости учёта в модели риска ликвидности в явной форме).

Доходы R_t банка (в модели К. Сили «банковской фирмы») включают две компоненты: RA_t и RP_t , где:

$$RA_t = k_A^{(t)} \cdot A_t, \quad (12)$$

$$RP_t = \max \{0; \lambda o_t\}, \quad (13)$$

причём выражение для средней ставки $k_A^{(t)}$ по кредитам в модели К. Сили аналогично функции D предложения депозитов и задаётся функцией $f(\gamma^{(t)})$ случайной величины γ .

Затраты C_t банковской фирмы на интервале времени включают затраты на: выплату процентов $C_1^{(t)}$, обеспечение недостающей (в данном случае правильно «выпадающей») ликвидности (если $\lambda o_t < 0$), обслуживание депозитов $C_3^{(t)}$ и ссуд $C_4^{(t)}$:

$$C_1^{(t)} = k_\pi^{(t)} \cdot D_t, \quad (14)$$

$$C_2^{(t)} = \min \{0; \lambda o_t\}, \quad (15)$$

$$C_3^{(t)} = \tau_\pi^{(t)} \cdot D_t, \quad (16)$$

$$C_4^{(t)} = \tau_A^{(t)} \cdot A_t, \quad (17)$$

где $\tau_\pi^{(t)}$, $\tau_A^{(t)}$ — ставки операционных затрат на обслуживание на временном интервале t соответственно пассивов и активов.

Объединяя выражения (12) — (17) для доходов и затрат, получим следующее выражение BP_t балансовой прибыли банка:

$$BP_t = k_A^{(t)} \cdot A_t + \max \{0; \lambda o_t\} - (k_\pi^{(t)} \cdot D_t - \min \{0; \lambda o_t\} + \tau_\pi^{(t)} \cdot D_t + \tau_A^{(t)} \cdot A_t). \quad (18)$$

Ценность модели, включающей выражение (18) и его составляющие, заключается в возможности выбора эндогенных (управляемых) параметров портфеля банка (объёма инвестируемых из средств банка кредитов A_r , депозитных ставок $\tau_{rr}^{(n)}$ и параметров элементарных затрат) для определённых макросредой банка процентных ставок $k_A^{(n)}$ по кредитам и нормативов ликвидности, определяющих значение λo_r .

Отметим следующую особенность рассматриваемой полной модели банка, которая является прямым следствием идентификации банковской фирмы в рамках неоклассической теории производственной фирмы, — отсутствие в выражении (18), являющемся в данном случае агрегированным выражением производственной функции, составляющей, характеризующей величину собственного капитала. На самом деле противоречия нет: в модели (18) величина собственного капитала банка присутствует неявно, определяя норму прибыли и допустимое значение «провала» ликвидности λo_r (если $\lambda o_r < 0$).

Важным достоинством модели К. Сили (следующего из наличия конструктивного модуля (18), связующего доходность, риск и ликвидность) является возможность расчёта интегральных показателей финансово-экономического состояния банка и, в частности, показателя IFU_t финансовой устойчивости, в качестве которого можно рассматривать линейную свёртку показателей рентабельности активов и запаса ликвидности:

$$IFU_t = \alpha_1 \cdot \frac{БП_t}{A_t} + \alpha_2 \cdot \lambda o_t, \quad (19)$$

где $\alpha_1, \alpha_2 \geq 0$; $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.

Существенным недостатком полной модели К. Сили является её статичный характер, не отражающий обратной связи между результатами деятельности банка в текущем периоде и планируемыми затратами ресурсов (в первую очередь, собственного капитала) на следующем временном интервале.

Динамический вариант полной модели банка предложен Коганом В.И. [3]. Его модель содержит ряд балансовых соотношений, определяющих динамику пассивов, активов и баланса банка в разрезе составляющих, отличающихся срочностью (элементы пассива) и ликвидностью (элементы актива).

Например, динамика депозитов, включающих наиболее срочные обязательства до востребования DS , межбанковские кредиты и векселя DV , прочие депозиты DP , описывается соотношениями:

$$DS_{t+1} = DS_t + \alpha_1 \cdot \Delta CK_t, \quad (20)$$

$$DV_{t+1} = DV_t + \alpha_2 \cdot \Delta CK_t, \quad (21)$$

$$DP_{t+1} = DP_t + \alpha_3 \cdot \Delta CK_t, \quad (22)$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0; \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \quad (23)$$

где: ΔCK_t – прирост собственного капитала на интервале t , совпадающий с величиной нераспределённой прибыли; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – доли вложенной прибыли в соответствующие пассивы.

Активы подразделяются на ликвидные AL (с низкой ставкой r_{AL} процента) и средне- и низколиквидные AS (с высокой ставкой r_{AS} процента). Банк, исходя из стратегии сохранения достигнутого уровня ликвидности, контролирует приросты активов и пассивов в группах в соответствии с ликвидностью первых и срочностью вторых:

$$AL_{t+1} = AL_t + \alpha_1 \cdot \Delta CK_t, \quad (24)$$

$$AS_{t+1} = AS_t + (\alpha_2 + \alpha_3) \cdot \Delta CK_t, \quad (25)$$

где доли $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ распределения собственных средств между активами совпадают с приведёнными в уравнениях (20)–(22).

Соотношения:

$$DS_{t+1} + DV_{t+1} + DP_{t+1} = AL_{t+1} + AS_{t+1}, \quad (26)$$

$$NP_t = F_t(AL_t, AS_t, DS_t, DV_t, DP_t, r_{AL}, r_{AS}, rn, inf) \quad (27)$$

задают соответственно баланс банка на начало периода $t + 1$ и нетто-прибыль для периода t , описываемую производственной функцией, в состав переменных которой добавлены: rn – совокупный кредитный риск портфеля, inf – индекс инфляции.

Динамический характер модели (26)–(27), в которой учтён такой важный фактор качества банковского портфеля, как соотношение ликвидных активов и срочных пассивов, позволяет констатировать её адекватность процессу управления активно-пассивными операциями.

Возможные «улучшения» этой и аналогичных динамических моделей банка видятся нам в:

- необходимости выбора ликвидной структуры активов-пассивов с учётом критерия доходности портфеля на основе оптимизационной модели;
- учёте внешних факторов экономической и институциональной природы, определяющих спрос/предложение денег на финансовых рынках, стратегию и кредитную политику банка, а также факторов конкурентной банковской среды, влияющих на не-

постоянство депозитных ставок, ставок по розничным, корпоративным и межбанковским кредитам.

Используемые источники

1. Банковское дело. Под редакцией О.И. Лаврушина. — М., 1998.
2. Клейнер Г.Б. Производственные функции. — М.: Финансы и статистика, 1986.
3. Коган В.И. Моделирование процессов управления рыночными структурами в условиях переходного периода (на примере коммерческих банков): Автореф. дис. канд. эк. наук, 1994.
4. Максимов Д.А., Спиридонов Ю.Д., О необходимости комплексного подхода при исследовании рисков организации. Ученые записки Российской Академии предпринимательства. — 2013. — № 37. — С. 285–296.
5. Роуз Питер С. Банковский менеджмент. — М.: Дело, 1997.
6. Синки Джозеф Ф., мл. Управление финансами в коммерческих банках / Пер. с английского: под ред. Р.Я. Левиты, Б.С. Пинскера — М.: Catallaxy, 1994.
7. Уразаева Т.А. Управление ценообразованием депозитов коммерческого банка. дис. на соис. уч. степени канд. эк. наук, М., 2000.
8. Халиков М.А., Анциборко К.В. Оптимальная структура производственного капитала компании // Вестник Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. — 2007. — № 5. — С. 71–83.
9. Халиков М.А., Максимов Д.А. Особенности моделей управления инвестиционным портфелем неинституционального инвестора — агента российского фондового рынка. Фундаментальные исследования. — 2015. — № 2-14. — С. 3136–3145.
10. Хорн Дж. К. Ван, «Основы управления финансами». — М.: Прогресс. 1994.
11. Elton E.J. Gruber M.J. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. 4-th ed. Jhon Wiley & Sons, Inc., 1991.
12. Murphy N.D. Costs of banking activities: interactions between risk and operating costs: ii comment. J. Money. Credit and Banking. 1972, Aug.
13. Sealey C.W. Finance theory and financial intermediation: proc.of the conference on bank structure and competition. Federal reserve bank of Chicago, 1987.
14. Sealey C.W., Linndley S.T. Inputs, outputs, and theory of production and cost at depository financial institutions. J. Finance. 1977, Sep.
15. Sealey C.W. Deposit rate-setting, risk aversion, and the theory of depository financial intermediates. J. Finance. 1980., Dec.
16. Sealey C.W. Valuation, capital structure, and shareholder unanimity for depository financial intermediates. J. Finance. 1983., June.